**Лекция 14**

*Общее уравнение механики*

Рассмотрим механическую систему из конечного числа точек, каждая из которых обладает своей массой. – радиус вектор точки j системы в репере . Так же введём значение , где – координаты радиус-вектора

*Реакции связи, обобщённые координаты*

*Связи* - условия, которые налагающие ограничения на движение механической системы. В отличие от свободного, движение системы, стесненное связями, называют несвободным. Связи действуют на точки системы как некоторые силы, которые принято называть реакциями связей. В отличие от них, заданные силы называют активными силами.

Классификация связей:

|  |  |
| --- | --- |
| Уравнение связи | Наименование связи |
|  | - односторонняя, неудерживающая  -двусторонняя неудерживающая |
|  | -нестационарная, реономная  -стационарная, склерономная |
|  | -геометрическая, голономная  -кинематическая, неголономная |

Механическая система, движение которой стеснено только голономными связями - голономная, иначе — неголономная.

Пусть на систему наложены голономные связи:

, где , а - область в

Пусть , а - область в . При условии заданной вектор функции аргументов , дважды непрерывно дифференцируемая на множестве и удовлетворяющая там равенству , то переменные – лагранжевы (обобщённые координаты). В этом случае векторы можно выразить через них: - эти функции удовлетворяют связям . Если движение механической системы стеснено только связями , то обобщенные координаты можно считать независимыми величинами. Тогда *s* – число степеней свободы положения механической системы и, при , ранг матрици Якоби равен *s*.

Из равенств получаем следующие формулы:

*Изохронные вариации*

*Истинное перемещение механической системы* – перемещение за время до . Обозначим эту величину: . Если на механическую систему наложены стесняющие ее движение связи, то в каждый момент t о них естественно судить по совокупности возможных перемещений при этом неизменном значении t, совместимых с уравнениями связей, так как эта совокупность зависит только от положения системы в данный момент и от связей. Любое совместимое со связями бесконечно малое перемещение, которое может быть сообщено механической системе при неизменном t, называют виртуальным перемещением этой системы в этот момент. Виртуальное перемещение механической системы обозначим: и .

Изохронная вариация - виртуальное перемещение в момент t это допустимая вариация движения при неизменном этом значении t (“допустимая ”— совместимая с уравнениями связей, стесняющих движение системы). Если система стеснена голономными связями (), а - виртуальное перемещение, то вместе с этому равенству должна удовлетворять и величина . Ввиду выведенных ранее формул, получаем формулу с точностью до бесконечно малых порядков: . Для истинного перемещения получаем равенство: , истинное также с точностью до бесконечно малых высших порядков.

Виртуальным перемещением механической системы в обобщенных координатах в момент t называют любое бесконечно малое изменение обобщенных координат при неизменном этом значении t, совместимое с наложенными связями .

Из получаем

В случае, если механическая система не стеснена другими связями, то из способа введения обобщенных координат и открытости следует, что изохронные вариации независимы.

*Идеальные связи. Общее уравнение механики и принцип возможных перемещений.*

– главный вектор сил реакции связи, действующих на точку . – виртуальная работа сил реакции связи. При её равенстве 0, связи – идеальные.

Дифференциальное уравнение Ньютона движения механической системы: в котором - главные векторы внешних и внутренних активных сил и сил реакций, действующих на материальную точку массы .

При условии, что все связи, стесняющие механическую систему связи являются идеальные, можно получить *общее уравнение механики в декартовых координатах (уравнение Даламбера - Лагранжа):*

В этом уравнении величины , взятые с обратным знаком – *силы инерции*.

При нахождении механической системы в положении равновесия в данном репере (скорости всех точек равны 0), то получаем: . Таким образом сумма всех виртуальных работ активных сил равна нулю - необходимые условия равновесия в данном репере механической системы, стесненной только голономными идеальными связями.

**Теорема о принципе возможных перемещений:** Если механическая система стеснена только стационарными голономными идеальными связями при в виде равенств, то равенство нулю суммы всех виртуальных работ действующих на систему активных сил, является необходимым и достаточным условием равновесия этой системы в рассматриваемом репере.

*Общее уравнение механики в лагранжевых координатах*

Общее уравнение механики в декартовых координатах преобразовывается при помощи выведенных выше формул и равенств в следующую формулу, называемую *общим уравнением механики или уравнением Даламбера - Лагранжа в обобщенных координатах*: , где - обобщенной силой, отвечающей обобщенной координате . В этом уравнении вариации независимы, если на рассматриваемую механическую систему наложены только связи и могут быть зависимыми, если на нее наложены и другие связи.

При наличии у всех сил, действующих на точки механической системы, потенциала компоненты этих сил вычисляются по фолмуле: , в которой - потенциальная энергия этой системы.  
 Из вышевыведенных формул получаем: